Παρασκευή 6 Δεκ. 2019
Μάθημα 6ο

# "Κανονικές Εκφράσεις"

Η R είναι μια κανονική έκφραση αν είναι της μορφής

1. a, όπου a ένα σύμβολο του $\Sigma$ (αλφαβήτου)
2. $\Sigma$
3. $\emptyset$
4. $(R_1 \cup R_2)$ όπου $R_1$ και $R_2$ δύο κανονικές εκφράσεις
5. $(R_1 R_2)$ » » » »
6. $R_1^*$, όπου $R_1$: κανονική έκφραση

Πχ (i). {ω | η ω περιέχει ακριβώς 1}, $\Sigma = \{0,1\}$

$0^*10^*$

Αυτόματο:

(ii) {ω | η ω είναι λέξη άρτιου μήκους}, $\Sigma = \{0,1\}$

$(00 \cup 01 \cup 10 \cup 11)^*$ ή $((0 \cup 1)(0 \cup 1))^*$

(iii). {ω | η ω περιέχει την υπολέξη 010}, $\Sigma = \{0,1\}$.

$(0 \cup 1)^* 010 (0 \cup 1)^*$.

**Θεώρημα:** Μια γλώσσα είναι κανονική αν και μόνο αν υπάρχει κανονική έκφραση που την περιγράφει.

Πχ* Από πού προέρχονται οι ακόλουθες κανονικές εκφράσεις;

(i). $(ab \cup a)^*$

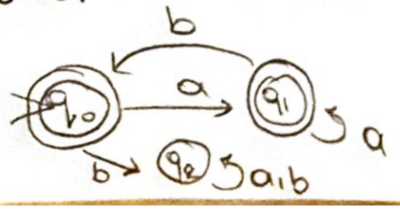
{ω | η ω αρχίζει από το a και δεν έχει 2 συνεχόμενα b}

(ii). $(a \cup b)^* aba$

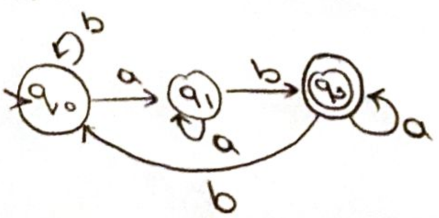
{ω | η ω να τελειώνει σε aba}

Πχ Να βρω τα αυτόματα για τα (i), (ii) του Πχ*

(i).



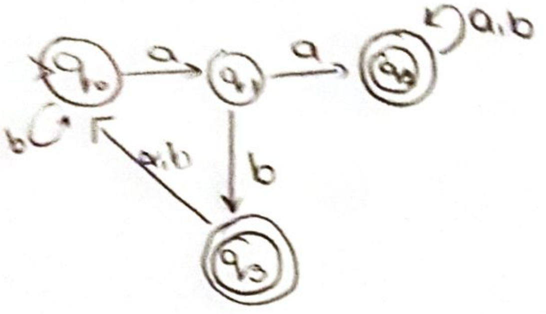
(ii).



**Άσκηση:** Να κατασκευαστεί πεπερασμένο αυτόματο τ.ω:

$L = \{ w \in \{a,b\}^* :$ η $w$ περιέχει $aa$ ή τελειώνει σε $ab \}$

$[(a \cup b)^* aa (a \cup b)^*] \cup [(a \cup b)^* ab]$




"Μη Κανονικές Γλώσσες"

Για παράδειγμα: $B = \{0^n 1^n, n \geq 0\}$

Δεν υπάρχει πεπερασμένο Αυτόματο να την αναγνωρίζει. Για να αναγνωρίζει τις λέξεις ένα Αυτόματο πρέπει να θυμάται πόσα 0 έχει διαβάσει. Όμως, το πλήθος των 0 δεν είναι φραγμένο $\Rightarrow$ άπειρο στο πλήθος καταστάσεων

Λήμμα: "Άντλησης"

Για κάθε κανονική γλώσσα A, υπάρχει αριθμός $p$ (μήκος άντησης) τέτοιος ώστε κάθε λέξη $s$ της A με μήκος μεγαλύτερο ή ίσο του $p$ να μπορεί να χωριστεί σε τρία τμήματα $s = xyz$ που να ικανοποιούν τις εξής συνθήκες:

1. Για κάθε $i \geq 0$, $xy^i z \in A$
2. $|y| > 0$ και
3. $|xy| \leq p$

"Απόδειξη μη Κανονικότητας"

Δοθείσας μια γλώσσα B πως δείχνουμε ότι δεν είναι κανονική:

Βήμα 1: Υποθέτουμε ότι η B κανονική (θέλουμε φτάσουμε σε αντίφαση).

Βήμα 2: Θέτουμε ότι η B περιέχει λέξεις μήκους μεγαλύτερο ή ίσο με κάποιο $p$

Βήμα 3: Βρίσκουμε μια λέξη $w$ της B η οποία δεν επιδέχεται άντληση

Βήμα 4: Μελετούμε όλες τις δυνατές διαιρέσεις της $w$ στα τμήματα $xyz$ και δείχνουμε ότι υπάρχει τιμή για το $i$ τέτοια ώστε $xy^iz \in B \Rightarrow$ άτοπο.